〔研究ノート〕

四角形の分類

― 東アジアの４つの幾何学カリキュラム ―

正 田　良

四角形の分類について 4 つのカリキュラムの比較をもとに考察した。その結果、共通点は多いものの、等脚台形、たこ形に関しては差異があることを指摘した。

1960 年代以降の図形に関する日本の教育課程は、中等教育でいきなり論証幾何を始めることを避け、小学校後半から徐々に、測定・観察・作図などの操作によって、図形の概念に親しませる活動を行っている。これは、認知的段階の発達支援としても位置付けられ、遅くとも義務教育が終わるまでには、≪正方形、長方形、ひし形、平行四辺形、台形≫の概念を理解させることが、日・韓・中・台の教育課程に共通である。その一方で、英国のいわゆる現代化教材の、変換を手段とする幾何の論理展開とは異なる手法となっている。

キーワード：初中等教育、 算数・数学、 図形、 教育課程、 東アジア、 四角形、 論証

はじめに

算数・数学の教科書および授業で、四角形がどのように分類されているか、また、どう分類されるのが適切かを考察する。四角形はいうまでもなく、数学の図形分野の教材である。しかし、図形を教材とすることに関しては、歴史上様々な議論があった。１.では、その前史として主にイギリスにおける図形の扱いの変遷について、自由七学科の時代、数学教育改造運動の時代、現代化の時代について概観する。２.では、戦後日本の教育課程を概観するとともに、四角形の分類が、子どもの発達支援の手段として、平行の概念を導入し、その応用例として機能させる意図があることを指摘する３．では、日・韓・中・台のカリキュラムや教科書を比較する。４.ではよりよいこの教材の扱われ方について提案する。

１． 教材としての図形の教育目的 ―日本への幾何教育の移入とイギリス―

(1) 明治期におけるイギリスからの移入

明治以降の日本の図形教育に関して、イギリスからの影響を無視することはできない。イギリスでの図形教育の変化は、日本にも直接・間接に影響があった。明治初期から菊池大麓を介してイギリスの教育、特に幾何教育の影響を受けた。しかし、イギリスの図形教育は、菊池が受けたイギリスでの中等教育から変化をしている。その変化の波は、日本に影響を及ぼすが、日英双方の学校制度の保守性や、第二次世界大戦を主とした政局の事情によって、その影響が観察できることは限定的である。ここでは、現象の背景を含めやや詳細に見ておきたい。

野口（1972）にその伝記が示されているように、菊池は、1866 年 12 歳にしてイギリスに留学し、明治 2（1869）年にふたたび明治政府の命によって、8 年間の英国留学を行いケンブリッジで数学を修めた。帰国後、日本人として初めて東京大学教授（それまでお雇い外国人が占めていた）となり、その後東京大学総長、貴族院議員、文部大臣を歴任した。特に、『初等幾何学教科書 平面幾何学』（文部省編輯局、1888）は、中学校での教科書採択での占有率の高さを誇った教科書である。このように、イギリスでの中等教育・高等教育を学習者として吸収し、東京大学や明治政府での指導的な位置を占めることによって、日本の数学教育、特に幾何教育に大きな影響を及ぼした。菊池の留学先のイギリスは、中等教育に長い伝統を持っており、選良に対する典型的な中等教育が行われていた。また全寮制の学校を中心に留学生を積極的に受け入れていた。これらの点で、イギリスを留学先としたことは、良い選択のうちのひとつと思われる。しかし、当時の中等教育の進学率などの普及の度合いを考えると、当時の時代の制約はあった。

平林（1982）が指摘するように、初等教育と中等教育は、西欧の伝統において

は無関係であった。初等教育においては、「初等学校では、読み書き…（中略）…これに加えて、算術の四則、土地や建物を正確に測る簡単な方法…（中略）…が付け加えられる」（コンドルセ、1792：pp.16-17）との 3Rs の流れにあった。一方、中等教育では複線型となっており、特に高等教育への進学を前提とするコースでは、古代ギリシャからの自由七学科の伝統があった。

大下（2018）に従って、当時のイギリスの中等教育の状況を概観する。

> なぜラテン語やギリシャ語による古典の指導に約 8 割もの時間が割かれていたのか。その理由は、…（中略）…現代語と違って、実用性がない高等な学問であると考えられたからである。…（中略）…イギリスの上流階級の人々にとって、人格の形成に資する教育と考えられた…（中略）…中等学校では、知的能力の育成ではなく、教養を身に着け、人格を陶冶することこそが最大の目的とされていた。（pp.16-17）

杉山（2012）は、数学教育の目的について、よく引用される報告書として、1923 年のアメリカの N.C.M.R.のものを紹介している。その内容を簡単に紹介したい。数学が教育されるにあたって、その結果として生まれる価値を、次の 3 つに分類することができる。第 1 は、実用的価値。実生活の問題の他にも、いろいろな教科を学習し、研究を進めていくことも含まれている。第 2 が、陶冶的価値。ちょうどいま紹介した当時のイギリスの中等教育が重視したものである。第 3 が、文化的価値。数学そのものが持っている価値であって、数学の特質・性格を含めて数学そのものを理解することが目標となる。

この分類によれば、19 世紀後半のイギリスの中等教育は、陶冶的価値を非常に重視していたことになる。ちょうど前掲の大下（2018）は、「数学はいわば形式陶冶のために教えられていた」（p.20）と指摘し、トドハンター（I. Tudhunter）の 1862 年に初版を出し、1896 年までに 20 回版を重ねた教科書を検討している。第 I 巻から第 VI 巻の内容の順番がユークリッドの『原論』と同じであって、『原論』と全く同様に、抽象的な定義、公理から始まり、命題の証明が最初に生徒に教えられる構成となっている。なお、1871 年に幾何学教育改良協会（Association for the Improvement Geometrical Teaching）が設立されている。菊池がイギリスへ留学した時期は、この幾何学改良協会の活動が教科書などに波及した時期である。日本での受容に関して、伊達（2019）は、幾何学教育改良協会が、1875 年に作成したシラバスの第 4 版（1885）を菊池大麓が 1887 年に 『平面幾何学教授条目』として翻訳したこと。ならびに 1888 年の菊池が著した教科書の凡例に、これを大いに参考にしたとあると指摘している。しかし、この教科書は、第１に、数学教育改造運動以前の、実用を重んじない論証形式を重視したものと分類される。第２に、フランス流でも、ドイツ最新流でもないユークリッドを範とする保守的なものとして分類されている。この２点に関して、以下に順を追って詳しく述べ

たい。

（2） イギリスでの実用と論証形式

20 世紀初頭は、数学教育改造運動が起こった時期として特徴づけられる。大下は、「『改造運動』の以前、幾何学のカリキュラムは『原論』の第 I 巻から第 VI 巻に示された命題の配列を意味していた」（p.176）とし、20 世紀初頭のイギリスでのペリー（Perry，J．,1850-1920）の主張を、「実用主義」と分析し、ゴドフレー（Godfrey，C．,1873-1924）を、「従来の形式主義に陥るのではなく」両者を止揚した存在として、評価している。

その後、世界的な経済恐慌や、第二次世界大戦での困窮、保守・労働間の政権交代などで、教育改革の進行は直線的には進まず、紆余曲折を経ることとなるが、中等教育での学校制度は、1944 年バトラー教育法により、グラマースクール、モダンスクール、テクニカルスクールの 3 種からなる複線型として定められている。日本では 1947 年 4 月の入学者から学年進行で単線型の中等教育が始まる前の年であるので奇異な感じがする。戦前のイギリスは、富裕層のための independent schools が別建てとなっている保守的な体制であった。この法律はそれをヨーロッパでの第 2 次世界大戦の終戦を待って改めたものである。一方、日本では、占領軍の強力な指導の下に急速な改革を行ないイギリスに大きく先行することとなった。なお、正田（1989）に紹介したように、1960 年代以降イギリスでは緩慢に、単線型の学校制度となっていく。また 1988 年に保守党政権のもとで「ナショナル・カリキュラム」が制定され（吉田、2005）、その名の通り国家が教育課程を統御するようになった。

この中で、1960 年に始まる、S.M.P.（School Mathematics Project）は、アメリカの S.M.S.G.（School Mathematics Study Group）と並び、特に大学への進学を前提とするコースで、「現代化」を担った教材開発である（佐々木、1968）（ハウスン他、1987）。しかし、スプートニク・ショックを逆に追い風として、科学に関する教育予算は軍事予算に準ずると主張したアメリカに比べて、アメリカでの 3 週間のツアーに行き予算の額を聞いてイギリスの予算の低さを知って「がっかりした」（Thwaites、1972：p.13）ほどの、格差があった。

以下、引き続きスウェイツ（Thwaites）を引用しながら、その意図の分析を試みる。

> 幾何への我々の提案は、公理的に教えることを代数で否定したことから自然に行き着くものである。従来のシラバスでは、きちんとした論証幾何で演繹的推論を鍛えることで、一部の生徒へ大きな恩恵を与えては来ている。しかし、そのことについて論じるつもりはない。生徒の多数派（the majority of pupils）にとって、論証幾何は論理的推論を鍛えるどころか、特に価値のな

> い定理と証明とを覚えるものとなってしまっている。「水で薄めたユークリッド幾何」に変えて、回転、対称変換、そして拡大などの幾何的変換を手段としてユークリッド空間を学ぶこと、それによって空間的な関係性の感覚を持たせることができると考えた。（p.18）

ここに、「現代化アプローチ」として、「数学教育改造運動」と画然と区別される特徴がある。竹内（2018）は、この S.M.P.を端緒とする現代化の影響を受けた現在のイギリスでのアプローチと、緑表紙の修正版としての現在の日本でのアプローチとの違いについて教科書分析を行っている。竹内は、θ１：線対称な図形の性質、θ２：点対称な図形の性質などの、「θ：テクノロジー」を生成し根拠となる「Θ：セオリー」が、日本では「図形の証明」であるのに対して、英国では「合同変換」であるとした。この差異は竹内の注 2（p.96）として紹介されている「入力と出力」で顕著となる。

つまり、ジャイルズ（G. Giles）が示した（正田、1989）ような、

> ①入力と、写像の機能とを知って、出力を当てる。②写像の機能と出力とを知って、入力を当てる。③複数の、入力と出力との組から、写像の機能を当てる。④複数の写像の合成を考える。⑤逆写像を考える。⑥ブラックボックス、旗の図、さらに f(G)　などの記号で表す。

というアプローチである。無関係であった初等教育と中等教育は、特に図形教育の中で、ユークリッドから、数学教育改造運動による「実用への注目」、ならびに、現代化の影響を受けての変換への注目によって結ばれる。

(3)　日本における数学教育改造運動

第２の「水で薄めたユークリッド幾何」に変わるアプローチは、実は、S.M.P.を端緒とするものではない。公田（2009）は、藤澤利喜太郎（1900）に、「幾何学の流派として、第一は『いうくりっど流又ハ英國流』、第二は『佛蘭西流』、第三は『獨逸 最新流』と、3 つがある」（p.364）と指摘している。これを受けて伊達は、第 2 のものは、「代表に挙げられているのが Rouché-Comberouse であり、ルジャンドル（Legendre）を範としたものである。」と、ユークリッドを改良し、代数の記号を用いた記法も採用するものであると解説する。また、「第三の『獨逸最新流』の代表に挙げられているのが、J.Henrici 及び P. Treutlein であり、これらが日本に広まってきたのは大正時代である。」と解説する。

菊池・藤澤が、日本の教育課程作成の主流派を占めて「英国流」を普及させていくなかで、第 2・第 3 の流派が小倉金之助や樺正董によって翻訳・紹介されている。ルーシェ、コンブルースの翻訳を小倉が出版するのは、1913 年（山海堂刊）、トロイトラインの翻訳を樺が出版するのは、1915 年（有朋堂刊）のことである。なお、日本の数学教育改造運動に大きな影響を与えた『新主義数学』の出

版は、1915 年（国定教科書共同販売所）であるので、かなり隣接した時期であった。

日本の旧制中学校では、上述の「英国流」の方針のもと、1902 年以降「幾何初歩」が廃されていたが、教授要目（1931）で「立体の観察測定、平面の作図、模型の作製などによりて空間に関する観念を明瞭にし、かつ後学年における学習の基礎たらしめんことを力むべし」と、中１に復活する。

なお、この間においても、高等女学校では、一種の解放区的な教育課程が存在した（正田、2005）。なお、山本（1997）は、平行移動や裏返しなどの図形の変換を積極的に取り入れたトロイトラインは、1925 年に日本へ紹介された際に、そうした変換操作が除外されて、立体図形の観察・操作にとどまっていたと指摘している。初等教育においては、数学教育改造運動の顕著な影響を受けた日本の第 4 期国定教科書「緑表紙」（海後他、1961）が 1931 年から学年進行によって使われ始める。この学年配当は張・正田（2019）で述べたように、戦後の図形教材の学年配当と大きな共通性があり、戦後の教科書は、緑表紙の修正版ともいえるほどである。

2. 四角形を分類する目的と教育課程

正田（2019）で、緑表紙以降の図形に関する教材の経緯と編成の論理について、次のように指摘した。第 1 に、論証幾何の導入を円滑にするための「幾何初歩」が導入されたこと。第 2 に、戦後ピアジェ、ヴィゴツキーの理論によって、小学校の後半で論証幾何への素地を培うことが、認知的段階の発達支援として評価されてきたこと。第 3 に、それへの連続的準備として遊びを中心として図形に親しむことが小学校の前半に位置づけられたこと。第 4 に、座標を用いた解析幾何への理論的基礎（例えば、三平方の定理や平行線の性質など）として意味があること。以上の 4 点である。

特に、第 2 の観点について注目したい。認知的段階の発達については、ファンヒーレ（van Hiele）のものが知られている。大谷（2002）に従って、概要をみることにしよう。ファンヒーレ夫妻は、幾何の思考水準として次の 5 つの段階を考えた。第 0 水準、あるいは視覚的水準は、図形をみることによって、それらの弁別を行うことができる。しかし、この段階では、平行四辺形を全部ここに移してくださいとの課題を出しても、正方形を移すことはしない。正方形を特殊な平行四辺形とはみなさないからである。第 1 水準、あるいは記述的水準とされる状態では、図形の性質を言い表すことができる。例えば、観察によって、平行四辺形の対角線が互いに他を 2 等分すると指摘することができる。だいたい小学校中学年程度の状態とみることができる。第 2 水準、あるいは局所的演繹の水準とされ

る状態では、ピアジェが「形式的操作」とするような「正方形はひし形で、ひし形は平行四辺形だから、正方形は平行四辺形である」などの演繹的推論が局所的に行えるようになる。第 3 水準は、形式論理の水準とされる。数学的方法としての背理法などの間接証明法は理解され、演繹法の意味が大域的に理解される。第 4 水準は、対象の具体的性質や対象間の具体的意味を捨象して理論を展開することが可能になる（大谷、2002：pp.64-65）。

そしてストリアール（Ｃтоляр）は、数学的活動に基づく学習指導によって、次の思考水準への移行を促進されると、発達支援としての数学的活動の意義づけを行った（大谷、2002：p.68）。平行という図形の比較的抽象度の高い概念に関して、四角形の分類をすることによって、平行の概念を抽象する、あるいは、平行の概念を用いて四角形を分類したり、その概念の応用例を示したりする。それらの活動によって、その概念の認識を深めさせることができる。つまり、四角形の分類という活動は、第 0 水準から第 1 水準への思考水準の移行支援が意図されている。小学校の学習指導要領で四角形の種類とされるものは、正方形、長方形、ひし形、平行四辺形、台形、そして一般の四角形である。前半の 4 者は、平行な辺が 2 組ある四角形のうちで、全部の角の大きさが等しいかどうか、全部の辺長が等しいかどうかという 2 つの条件の成否の 4 つの場合分けに応ずるもので、あとのものの区別は、平行な辺の組が何組あるかによるものである。こうした区別は日常生活にはまず見られないものであるから、平行という概念に関する思考水準移行を促進するという意図が濃厚にみとれるものとなっている。

「意図したカリキュラム」が国によって異なることに関して、国立教育研究所（1988：pp.124-125）は第 2 回国際数学教育調査の分析の中で次のように述べている。ベルギー、フランス、アイルランドなどは、他国のそれと差異があって、問題アイテムプールと意図したカリキュラムとが適合している割合が、平均 20％台しかない。これらの国では、平面図形の類別、簡単な論証の内容をあまり含まない。また、ハウスン（Howson G.）は、イギリスで学年進行によってナショナル・カリキュラムが実効的な効力を及ぼしはじめる 1992 年現在の E.C.諸国に、ハンガリーと日本とを加えて、学校数学の教育課程を比較している。これを参考として表 1 を作成した。つまり、義務教育段階の子どもに「証明」という言葉を説明し、「定理」という言葉を用いて、論証幾何の形式にしたがって行わせている国は、必ずしも全部ではない。

表 1： 四角形の分類に関わる教材の学年配当
（ハウスン他（1991 : p.19）による。対応する生徒の年齢で示す。）

	対称	合同	ピタゴラス	合同条件	ベクトル
ベルギー	8	9	14	13	9
フランス	7-9		13-14	14-15	14-15
イタリア	8-11	11-14	11-14	11-14	
日本	11	10	14	12	16
イギリス	9（Level3）	13（Level5）	16（Level7）	（Level9）	（Lv.8）

3. 四角形の分類の歴史的経緯と数学的基礎

(1)　数学的に見た四角形の分類

数学者が用いる言葉に、「well defined」という言葉がある。無矛盾に定義されているという意味である。異なるべき 2 つに同じ名前を付けてはいないことが大切であるが、その逆に名前がついてはいない、つまり分類が未定であるものがないことも大切である。四角形の分類について、歴史上いくつかの提案がなされてきた。以下にそれらの検討を試みる。ユークリッドの『原論』（中村幸四郎ほか訳、1972）での四角形の当初の分類は、

定義 1 － 22（正方形・矩形（引用者注（以下◇と略記）長方形のこと）・ひし形・長斜方形・トラペジオン）

となっている。「平行四辺形」という言葉を用いずに、「長斜方形」とあるのは、「平行線」の定義がこのあとにあり、「平行」の概念が未定義であるからである。同じ理由で、台形もない。

辺の長さに関して分類を徹底すれば、

- 隣り合う 2 組の辺の長さが等しい四角形を、「たこ形」、
- 向かい合う 2 組の辺の長さが等しい四角形を、「平行四辺形」☆、
- すべての辺の長さが等しい四角形を、「ひし形」

とすることになる。これと双対なものとして、角の大きさに注目すれば、

- 隣り合う 2 組の角の大きさが等しい四角形を、「等脚台形」、
- 向かい合う 2 組の角の大きさが等しい四角形を、「平行四辺形」★、
- すべての角の大きさが等しい四角形を、「長方形」

とすることになる。なお、☆と★と「平行四辺形」が 2 通りに定義されてしまうので、どちらかを別の名づけをして、定理として、それが平行四辺形であることを示す必要がある。

ところで、ひし形の定義は、平面幾何に関する本に必ずしも要るものではない。例えば、小平邦彦（2000）では、公理系や三角形の定義からはじまって、九点

円の定理や、フォイエルバッハの定理という、かなり高度な定理を証明する体系を示しているが、四角形に関わる定義は、

I § 4「四辺形」、「対角線」、「凸四角形」、「凹四角形」、「平行四辺形」、

I § 5「円に内接する四角形」

に限られる。つまり、ひし形はおろか、長方形、正方形でさえも、この本の体系は必要とはしてない。

対称性に注目すれば、一般の四角形、たこ形、等脚台形、平行四辺形、ひし形、長方形、正方形との分類ができる（正田、2010）。しかし、どちらの場合も、台形の概念は生じない。用語の問題として、「等脚台形」を把握するのに、「台形」とは何かを知ることは有用ではあるが、先にみたような「長斜方形」などと概念はそのままで言葉を換えればすむことである。

逆に、台形ならびに、それと双対な概念も入れて四角形を分類したのが、村田（2018）である。対辺の和の相等、隣辺の和の相等、隣角の和の相等、対角の和の相等という 4 つの観点で分類するので、四角形は 16 通りに分類される。そのため「双心たこ形」などの耳慣れない四角形の定義がなされることになる。1. に紹介した、「実用的価値」、「陶冶的価値」、「文化的価値」の数学の教材の価値の分類をもとに言えば、これには、「文化的価値」はあるかもしれない。しかし、発達支援を意図した 20 世紀の陶冶的価値、言い換えれば、その発達段階にある子どもにとって抽象的な概念を、より具体的な数学的活動によって理解を深めさせることには、負担が重いものとなってしまうと懸念されるところである。

なお、図形の「証明」を義務教育の必修の教育課程の中で行わせることは、韓・中・台ならびに日本という東アジアでの幾何のカリキュラムに共通する特徴となっている。これらの国・地域は、PISA での高得点をあげるところとも一致している。PISA での高得点に関して、吉永（2018）の言う、学問に対する関心の高さや勤勉さ、成績を重んじる儒教文化の影響が指摘されるところである。

張・正田（2019）では、2009 年当時の東アジアの４つの教育課程に注目し、国立教育政策研究所（2009）を参考に、それらの相互比較を試みている。2009 年当時の主要な教科書での教材配列に注目したのは、この当時のこれらの 4 者は、社会体制についても、経済的にも安定し、少なくとも 9 年間の義務教育を行い、義務教育の中で何らかの論証幾何が扱われるという共通点があるためである。また、国家が定めた標準的な教育課程があり、それに沿って教科書が編集され、その教科書を授業で用いることが法令によって定められている。さらに、正田（2019）で触れたように 2009 年当時の韓・中・台も、普及率が高い小中の 9 年間の教育課程を単線型として、行なえるようになっており、その施行が安定したものとなっていた。そのため日本での教育課程の実施状況とかなり共通性がみられる。また、標準的な教育課程が教科書を規定し、教科書が授業の内容に大きな

影響を与えるので、行われる授業の均質性が高いと推測される。では、差異についてはどうだろうか。(2)以下に見ていくこととする。

表 2：4 つの教育課程の差異の概略
（張・正田（2019）の口頭発表資料から引用）

	日本	韓国	中国	台湾
図形の移動と変換		小３	小２	
線対称	小６	小５	小４	小５
内心・外心	高校	中２	中３	中３
三平方の定理・因数分解	中３	中３	中２	中２
三角比	高校	中３	中３	高校
その他の特色	縮図と拡大図（小６）	円周･円の面積 円柱を一度に	直角梯形	たこ形 効率の良い証明

(2)韓国

韓国では、第 1 次（1954-）、第 2 次（1963-）、第 3 次（1973-）、第 4 次（1981-）、第 5 次（1987-）、第 6 次（1992-）、第 7 次（1997-）と時期区分をしていた。この第 7 次教育課程で、小 1 から高 1 までの 10 年間で、必履修する国民共通基本教育課程が定められた。その後、大統領の改選などによって、頻繁に改訂が行われている。そこで、第〇次という言い方ではなく、改訂された年によって呼ばれている。しかし以降の教育課程でも、各教科等の内容・内容の取扱いなどは、第 7 次のものを基準としている。韓国の教育人的資源部のサイト（2019.7.27.採取）

http://ncic.re.kr/english.kri.org.inventoryList.do#

で、学習指導要領の英語版を見ることができるが、1997 年のものには、日本と同様に各学年に教材を配当する方法で、詳細に教育内容が記述されている。また、2009 年当時小学校での教科書は 1 種類のみの発行となっていた。

韓国の 2007 年当時の学習指導要領（英語版）では、小学校 4 年に、

「(b) Understanding of polygons

① Understand the relation between perpendicular and parallel.

② Know the concept of trapezoid, parallelogram, rhombus, rectangle, and square, and understand their properties.」とあり、台形、平行四辺形、ひし形、長方形、正方形が明記されている。また中学校 2 年に、

「(a) The properties of a triangle and a quadrangle

① Understand the meaning of proposition and proof.

② Using the triangle's congruence conditions, prove the properties of a triangle and a quadrangle.」と、三角形の合同条件を用いて、三角形や四角形の性質を証明することが記されている。

次に検定済教科書の実際をみてみよう。教科書研究センター附属教科書図書館（東京都江東区）の蔵書（2019 年 8 月現在）である中学校の教科書 3 社の最新版（2019 年発行）の中では、下記の例外的な記述 1 件を除き、学習指導要領に記されている以外の四角形の分類は為されてはいない。

장경육 외11인（2019）『중학교 수학 2』（中学校 数学 2）［F/KOR ｜ B302 ｜ 71］지학사 の p.176 に、「등변사다리꼴에는어떤성질이있을까？」（等脚台形にはどんな性質があるだろうか？）

という例外である。また、この場合でも、四角形の系統を示す図（以下「系統図」と略記する）、

四角形 ― 台形 ―平行四辺形 ―ひし形＼
＼長方形―正方形

に、等脚台形や、たこ形のような他の分類を添加してはいない。しかし、この「系統図」は、ひし形が平行四辺形の特殊なものであるのとともに、正方形も平行四辺形の特殊なものであることを示しており、問などの形でそうした見方が補足されている。

(3) 中国

中国の情況に関して、『諸外国の教育改革の動向』（文部科学省生涯学習政策局調査企画課、2010）では、次のように記している。

中華人民共和国成立（1949 年）後、教育の普及が課題として掲げられながらも財源不足や政治運動による混乱などで 1980 年代に至るまで義務教育制度が定められなかった。このため当時は小学校教育さえも普及してなかった。…（中略）… 1985 年の「教育体制改革に関する決定」において、9 年制義務教育の導入が決定された。…（中略）…その結果、2000 年までに人口の 85 ％が住む地域で義務教育が普及し、…（中略）… 2008 年に 9 年制義務教育は人口の 99 ％が住む地域で実施されている。（pp.246-247）

また、日本の学習指導要領に当たる『全日制義務教育数学課程標準』（2005 年）が初等中等学校で実施されている。教材の学年配当は、学年ごとではなく、9 年間を 3 年ごとに分けて記されている（国立教育政策研究所、2007）。しかし、人民教育出版社の教科書のシェアはかなり高いので、事実上代表的な教科書となっている。

人民教育出版の教科書の、2009 年当時のものと 2011 年当時のものとを見る限

りその差異はほとんどないので、2009 年当時のものは、2011 年版の課程標準とほとんど同じとみなし、後者（中華人民共和国教育部、2011）によって概要をみることとする。

第 1 学段（1 ～ 3 年級）能弁識長方形、正方形、三角形、平行四辺形、円等簡単図形。

第 2 学段（4 ～ 6 年級）認識平行四辺形、梯形（◇台形のこと）和円（◇「和」とは日本語の助詞「と」に当たる言葉）…（中略）…三角形内角和是 180 °（◇ここでの「和」は「合計」の意）…（中略）…認識等腰三角形、等辺三角形（◇「二等辺三角形、正三角形」のこと）…（中略）… 通过観察、操作等活動、進一歩認識対称図形及其対称軸。

第 3 学段（7 ～ 9 年級）理解平行四辺形、矩形（◇長方形のこと）、菱形、正方形的概念、…（中略）…探索並証明平行四辺形的性質定理：平行四辺形的対辺相等、対角相等、対角線互相平分（互いに他を二等分する）…（中略）…探索並証明矩形、菱形、正方形的性質定理…（◇以下 5 行に亘って定理が列挙されている。また、以下のように別項として「図形的変化」についても記述している）。

図形的軸対称…（中略）…図形的旋転…（中略）…図形的平移…（中略）…図形的相似…（中略）…図形的投影…

韓国のものに比べて、「学段」の区切り方は大きいが、内容の記述は細かい。

教科書の実際では、『課程標準』に記されている以外に、等腰梯形（◇等脚台形）、直角梯形（◇これはベン図などに出てくるだけで、後で使われてはいない。）といった四角形の種類を使った記述が為されている。

(4) 台湾

台湾の国民教育段階で、日本の学習指導要領に該当するものは、「国民小学課程標準」と「国民中学課程標準」であった。国民小学の課程標準では、六度の改訂（1948 、1952 、1962 、1968 、1975 、1993）、国民中学の課程標準も同様に、六度の改訂（1952 、1962 、1964 、1971 、1983 、1994） が行われていた（山ノ口、2008）。2004 年に『課程綱要』が小中学校で完全実施されている。2006 年までは、小中の 9 年間を、小 1 ～ 3、小 4・5、小 6 と中 1、中 2・3 の 4 段階に分けていたが、2006 年から、3 年ごとの 3 段階に改めている（国立教育政策研究所、2008）。また、教科書は検定制であるので複数種類の教科書が発行されている。

現行の、「國民中小學九年一貫課程綱要」については、2009（民国 98）年に修訂されたものは、https://cirn.moe.edu.tw/WebContent/index.aspx?sid=9&mid=248（2019 年 8 月 30 日閲覧）、また、2003 年修訂は、https://cirn.moe.edu.tw/Upload/Website/9/ckfile/92/math.pdf として、『90 年暫綱』

（2001）は、https://cirn.moe.edu.tw/Upload/Website/9/ckfile/數學學習領域.pdf として、インタネットでみることができる。

9 年間を、小学校の低・中・高学年にあたる 3 階段と中学校の 3 年間に分け、それぞれについて、4 つの N・S・D・A の領域に分けて箇条書きの形で記述している。なお、現行の「國民中小學九年一貫課程綱要」では、「分年細目」（pp.21-182）として内容が各学年に分けて記述・解説されており、配当学年への規定性を高めているが、以下では、中華民国教育部（c2003）によって記述する。

中学（階段 4）の代数（A）にあたる、部分に、「A-4-9　能認識商高定理（◇三平方の定理）及其生活中的應用。」と三平方の定理（勾股定理、ピタゴラスの定理）があるのが注目されるところである。四角形の分類については、中学の図形（S）で、「S-4-4 能根拠性質瞭解某些図形間的包含関係」とあり、S-4-3 の細目の説明（p.210）に、「透過特殊四邊形（如正方形、長方形、菱形、平行四邊形…）的性質描述」と、「正方形、長方形、平行四辺形、ひし形」の例示がある。また比較的早期に、「S-2-7　能弁認平面図形上的線対称関係」（p.207）とある。現行の『課程綱要』では、「S-4-08 能理解線對稱圖形的幾何性質、並應用於解題和推理。」、「S-4-09 能理解三角形的全等定理、並應用於解題和推理。」と、竹内（2018）のいう 2 つの「Θ：セオリー」（図形の証明ならびに合同変換）のどちらも取りえる記述となっている。

なお、この『課程綱要』以前の規定である、『課程標準』（教育部、民国 72（1983））は、台湾での 1979 年の戒厳令解除以降のものであるから、民主化などの社会的諸側面の改革に連動する形での教育改革（山ノ口、2008）の流れの中であった。しかし、国民中学の数学は、必修のもの以外に、2・3 年向けの上級の学校への進学のための（升学予備）科目として、選修科目の「数学（甲）」があった。また、この他の選修科目として「珠算」、「簿記」、「実用数学」、「製図」などがあった。つまりほとんど全員が日本の高等学校に当たる高級中学への進学をするとは必ずしも言えない社会的背景があった。その選修科目である「数学（甲）」の 3 年生用の内容として、「四辺形（10）平行四辺形的性質及判別定理；菱形的性質及判別定理；鳶型的意義及其性質；梯形的性質」とあった。なお、「鳶型」は日本で言う「たこ形」のことで、「筝型」と書かれることもある。以上に述べたように、1983 ～ 2003 年の台湾の『課程標準』では、中学での図形の証明は必修ではなかった。また、「性質を調べる」とされる四角形の種類に、たこ形を含むという特色があった。なお、等脚台形は含まれてはいなかった。

表3：台湾の教科書での四角形の分類

		康軒文教出版	南一	翰林出版
民国104 (2015)	国民小学	◎ :20	◎ 箏形4年下p.49：21	◎ :22
	国民中学	◎ 箏形 2下p.69：22 等腰梯形 2下p.205	◎ 箏形2下p.183 :21 等腰梯形 2下p.195	
民国97 (2008)	国民小学	◎ :16	◎ :18	
	国民中学	◎ 箏形2下p.91：19 等腰梯形 2下p.205	◎ 等腰梯形 :18 2下p.197	◎鳶形2下p.50：17

教科書の実際について、2019 年 8 月現在で教科書図書館の蔵書となっている『課程綱要』に依拠する（2015（民国 104）年版ならびに 2008（民国 97）年版）ものについて調べ表 3 にまとめる。なお、表の各欄右側の「：」の右へ記した数は、教科書図書館（http://textbook-rc-lib.net/Opac/）の「分類番号」の最初の 2 段「F/TWN ｜ A30」（国民小学の数学）、「F/TWN ｜ B30」（国民中学の数学）を省いた第 3 段の数である。また、◎は「正方形、長方形、ひし形、平行四辺形、台形」を示す略号である。なお、表 4 のように、日本での検定済教科書でも、学習指導要領に規定された種類の他に、「たこ形」、「等脚台形」の記述がみられることがある。ここではすべてを調べて列挙する労力を惜しみ、いくつかの例を次に列挙するにとどめる。なお左端の[ ]内は、教科書図書館の分類番号を示している。

表4：たこ形・等脚台形を含む日本の検定済教科書の例

[**B12|302b ｜ 32・33**]（二葉：「中学数学　幾何編　2」）等脚台形を扱っており、[B17|302b ｜ 36・37]にみられるような、四角形の性質を表の形で整理させる活動が含まれている。 [**B12|301a ｜ 32・33**]（二葉：「数学 2」）等脚台形をあつかい、他の長方形、ひし形、正方形とともに、対角線の（a.長さが等しい、b.直角に交わる、c.たがいに二等分する）という性質について表の形に整理させる活動が含まれている。 [**B171 ｜ 302 ｜ 36・37**]（正進社）　p.168 に、底角が等しい台形として等脚台形を定義し、平行四辺形の性質や二等辺三角形の性質を用いて、AB ＝ DC であることを示す練習を含んでいる。 [**B17|302b**（◇図形編）**|36・37**]（教育出版）　p.77 に、平行ではない 1 組の辺長が等しいことを等脚台形の定義として、底角が等しいことと、対角線の長さが等しいこととを証明させる練習を含んでいる。また、p.81 に各種の四角形の「向かい合っている辺が平行であるか、長さが等しいか」などの性質について表の形で整理する「章の問題」があり、「等脚台形」も四角形の種類に含まれている。 [**B2 ｜ 301 ｜ 43/44**]（東京書籍）p.168 に、「右の図のように、OA ＝ OA’、O’A=O’A’である四角形（たこ形ともいう）は、OO’を対称軸とする線対称図形である。そのわけをいえ。」と、その定義の機能を持つ記述を行った。その上で、p.170 の問 6 の記述へ「たこ形」という言葉を使って、

見通しをよくさせている。
［**B11 ｜ 301 ｜ H17/18**］（学校図書）のp.142 は、「ふりかえろう　たこ形で作図しよう」というコラム的なページとなっていて、「隣り合う 2 組の辺がそれぞれ等しい四角形」として、たこ形を定義している。
［**A2|304 ｜ 2019/2020**］（東京書籍）下 p.37 に「ますりん　つうしん」として、「台形のなかまで、平行でない 1 組の辺の長さが等しい図形を等脚台形といいます。」と記述し、さらに、「空にあげるたこのような形をしているからたこ形といいます」と、図に等長の記号を付けて示している。吹き出しで、「対角線の特徴を調べてみようかな」と活動を誘っている。

このように、日本でも、学習指導要領で指示されている 5 種類の他に、時として等脚台形、たこ形の定義がみられるが、ごく限られている。また、昭和 20 年代以降、時期が現在に近付くにつれて、5 種類以外の四角形の扱いが、中 2 から、中 1、小 4 と低学年での扱いとなる傾向があることがわかる。

（5）　小括

これまでに見てきた各教育課程での四角形の分類について、補足・整理を試みる。教育課程と一口に言っても、教科書編輯までに、学習内容の規定性に関して次のようなレベルを考えることができる。

◇：指導要領や課程標準などの国家の基準に記載されている。
○：国家の基準にはないが、（発行部数に関して）過半数の教科書に記載されている。
△：過半数ではないが一部の教科書に記載されている。
―：記されてはいない。

の区別である。

表 5：　各教育課程での四角形の分類　（空欄は未詳）

		正方形	長方形	ひし形	平行四辺形	等脚台形	たこ形	台形
日本	小学校	◇	◇	◇	◇	△	△	◇
	中学校	○	○	○	◇	△	△	○
中国	小学校	◇	◇	―	◇	○		◇
	中学校	○	○	◇	◇	○		
韓国	小学校	◇	◇	◇	◇			◇
	中学校	○	○	○	○	△		○
台湾	小学校	○	○	○	○		△	○
	中学校	◇	◇	◇	◇	○	○	◇

中国の課程標準では、小学校に、四角形に互いに平行な辺の組が何組あるかで分類するために必要となる台形・平行四辺形は記されているが、「平行四辺形、円等簡単図形」（第一学段）とあるだけで、ひし形については、直接の言及はない。実際、シェアの高い人民教育出版社発行の教科書には言及がない。また、面積を求める公式についても、「三角形、平行四辺形和梯形的面積公式」（第二学段）となっている。しかし、中学では、論証によって包摂関係を示すのに必要となる。「理解平行四辺形、矩形、菱形、正方形的概念」（第三学段）とある。中国では、人民教育出版社の教科書のシェアが高いので、この教科書が「過半数」を決することになる。

日本では、小学校で平行な辺の組の個数での分類と、平行四辺形における包摂関係とに必要な、表 3 での略記「◎」として記される「正方形、長方形、ひし形、平行四辺形、台形」が配当されている。その他に、トピック的なページとして、たこ形が紹介されたり、証明する問題の記述の経済のために、前のページに等脚台形を定義しておいて、後のページの問題では説明なしに等脚台形に関する問題を出したりしている。小改訂で添加されたり、削除されたりしていることから、その都度の記述上の工夫として位置づけられており、教科書での体系的な記述としての性格は弱い。

韓国では、日本の傾向に似るが、中学の各教科書では、包摂関係について、四角形の「系統図」が記されており、教える対象として意識的な扱いとなっている。

台湾では、中学で、たこ形・等脚台形についての記述が、多くの教科書に見られている。そして、その記述はまとめにも使われている。また教科書によっては、四角形の性質と四角形の種類についてチェックする表を完成させる活動（表 3 の「F/TWN ｜ B30 ｜ 19」、2008： p .209）をさせている。これらは、包摂関係の理解に役立っていると思われる。

4. まとめと今後の課題

1. にみたように、日本での 1960 年代以降の図形に関する教育課程は、20 世紀初頭の数学教育改造運動に顕著な影響を受けた国定教科書の所謂「緑表紙」を基本とする緑表紙の修正版との性格を持つものであった。中等教育でいきなり論証幾何を始めることを避け、測定・観察・作図などの操作によって、小学校後半から徐々に、図形の概念に親しませる一方で、小学校前半では遊びを中心とする活動によって、図形に親しませる活動を行っている。

これは、2.にみたように、認知的段階の発達支援としても位置付けられものであった。この方針は、日本の他にも、今回考察の対象とした韓・中・台の教育課程にも共通するものである。実際、台湾での中学の教科書のひとつ、［F/TWN|B30|22］は、4 つある「教材編輯理念」の 3 番目に、「我們参考皮亜傑（◇

ピアジェ：Piaget）理論」と明記している。平行や垂直の概念は抽象的なものであるので、四角形の分類は、平行の概念を活用するのに重要な意味を持つこと。包摂関係を学ぶのに、平行四辺形に属する特殊な四角形である「正方形、長方形、ひし形」の 3 者が役立つことから、遅くとも義務教育が終わるまでには、

正方形、長方形、ひし形、平行四辺形、台形

の概念を理解させることが、日本を含めこの 4 つの教育課程（指導要領や課程標準などの基準）に記載されている。

その一方、1920 年代に「独逸最新流」とされるトロイトラインなどは、図形の変換操作を眼目としていたが､緑表紙をはじめとする日本での数学教育改造は、これを取り入れることをしてはいない。また、イギリスでは 1960 年に始まる S.M.P.などの教材開発において、古典的な論証幾何から離陸して、幾何的な変換を手段とすることが盛んになってきている。この意味で、日・韓・中・台の図形の教育課程は、地球規模で見る限り、古典的とも言える個性を持つと言える。

この 4 つの教育課程は、国家的規定によって教科書が検定を受けること、ならびに、教科書を使うことが法令によって義務付けられているという規定性が強いものである。その一方で、標準的な四角形の分類（種類）以外の、「等脚台形」や「たこ形」を記した教科書も検定を通るということも、3. でみたように事実である。強い規定性にも拘わらず、柔軟性を伴っている状態と言えるだろう。教科書は、前の版でどう書いていたかにも影響されるものである。その会社、その国での個性が生じる可能性がある。3.を振り返れば、この等脚台形、たこ形の記述の様々な傾向については、まったく言及しないもの。作図法に利用するために、たこ形の概念を導入するもの。等脚台形のある性質を証明させるために 2 頁前にその概念を紹介するもの。性質の一覧表を作成するために、四角形の種類に加え、さらに対称との関連を考察するものもあった。ただ、対称性によって四角形の分類をし、探究も対称性を軸にして行なうような体系的な取り込みには、至ってはいない。しかし、1. に述べたように、図形の変換によるアプローチも可能ではあり、現代的な数学への接近、特に数学的な体系を生徒が構築するような問題設定ができる点も魅力的である。つまり、中等教育の四角形に関する論証について、教科書作成や授業者が等脚台形・たこ形を柔軟に活用することは、様々な可能性を包含しており、その個性を発揮する上で有効な方法のひとつであると言える。

今後の課題をごく簡単に記す。今回の比較においては、「記載がある／ない」の指摘にとどまって、それがどのような利用、発展が為されているかまで及ぶことはできなかった。特に教育課程編成の方針として、数学的な体系を持つものを実際の論証をさせることによって示す、台湾のような方針もあるなかで、日本では、「三平方の定理について、観察、操作や実験を通して理解し、…（中略）…図形について見通しをもって論理的に考察し表現する能力を伸ばす」（1998 およ

び 2008 告示の学習指導要領）として「表現すること」にウエイトが置かれている。これらの違いも何のために中学生に数学を教えるのかという目標論に関わる具体として重要な観点である。

　また、緑表紙教科書と 1960 年代との間に、数学教育再構成運動による「中学校教授要目」（1942 年 3 月）があり『数学　第二類』などの教科書が刊行されている。長崎（1993）によれば、図形の動的考察などの特色があるものであった。緑表紙と 1960 年代以降との連続性に関しては既に指摘しているが、この 1942 年教授要目との不連続に関して、むしろ興味が持たれるところである。これらを、より詳しくみていくことを今後の課題としたい。

《付記》　国および地域の呼称については、国立教育政策研究所（2009）のものに倣った。校種名と科目名は日本のそれとした。

　中国語の読解について、本研究科修士課程 1 年の張思瑶氏の協力を得た。資料の閲覧に関しては、公益財団法人教科書研究センター附属教科書図書館（東京都江東区）

http://textbook-rc.or.jp/library/search/index.html

に多くを負った（本文中で、[ ]内に記した記号は、教科書図書館の分類番号である）。ここに記し謝意を表す。

《参考・引用文献》

大下卓司（2018）『20 世紀初頭のイギリスにおける　数学教育改造運動』東洋館出版社

大谷実（2002）『学校数学の一斉授業における数学的活動の社会的構成』風間書房

海後宗臣, 仲新編（1961）『日本教科書大系』講談社

公田 藏（2009）「藤澤利喜太郎の数学教育思想」数理解析研究所講究録 第 1625 巻 254-268

国立教育研究所（1988）「世界の数学科カリキュラムの分析―第 2 回国際数学教育調査」文部省科学研究費一般研究 A 課題番号（62410016）『算数・数学科におけるカリキュラムの関連性に関する研究』第 4 集［H ｜ 5.41 ｜ 11］

国立教育政策研究所　（2009）『第 3 期科学技術基本計画のフォローアップ理数教育部分に係る調査研究:理数教科書に関する国際比較調査結果報告』。(2019.3.03.採取）

www.nier.go.jp/seika_kaihatsu_2/index.html

小平邦彦（2000）『幾何への誘い』岩波現代文庫

コンドルセ（1792）「公教育の全般的組織についての報告と法案」阪上孝編訳（2002）『フランス革命期の公教育論』岩波文庫

佐々木元太郎（1968）『イギリスの SMP』近代新書出版

正田良（1989）『DIME 授業書による楽しい数学』明治図書

正田良（2005）「明治大正期教育における幾何に関する男女差」『三重大学教育学部研究紀要』第 56 巻教育科学 201-210 頁。

正田良（2010）「四角形の分類による現代的な論証学習」青山学院大学教育学会紀要『教育研究』，第 54 号，pp.119-129

正田良（2019）「図形教材の学年配当　―その経緯と傾向の分析―　」東京学芸大学数学科教育学研究室『学芸大数学教育研究』,31，pp.37-46

杉山吉茂（2012：初出 1988）「教育における数学の位置」杉山吉茂算数・数学教育論選集『確かな算数・数学教育をもとめて』東洋館出版社　所収

Thwaites, Bryan（1972）　“*The First Ten Years*”　Cambridge U.P.

竹内春花（2018）「前期中等教育における解析幾何的内容に関する日英比較研究　―教授人間学理論（ATD）を視点とした授業分析を通して―」　平成 28 年度公益財団法人　教科書研究センター　大学院生の教科書研究助成金論文集　（H30（2018）年 6 月 30 日）、pp.87-97

伊達文治（2019）「中等教育におけるユークリッド幾何学の受容 －明治前期の代表的な幾何学教科書に着目して－ 」上越数学教育研究, 第 34 号, 上越教育大学数学教室, 2019 年, pp.13-22

中華人民共和国教育部（2011 制定）『義務教育　数学課程標準』北京師範大学出版社

中華民国教育部（1983（民国 72））『国民中学課程標準』正中書局

中華民国教育部編印（c2003：刊年不記載）『国民小中学九年一貫課程』康軒教育事業助印（東京都江東区　教科書図書館蔵）

中華民国教育部（2015）　『国民小中学九年一貫課程綱要』2019.8.31.閲覧。
https://cirn.moe.edu.tw/WebContent/index.aspx?sid=9&mid=248

張　思瑶・正田　良（2019）「図形の学年配当―東アジアの教育課程の比較―」日本カリキュラム学会大会口頭発表（京都大学）。　なお加筆・修正し、国士舘大学初等教育学会編『初等教育論集』（2020）へ投稿予定

長崎栄三（1993）「数学第一類・第二類の検定教科書の使用と教科書国定化：戦時下の中学校数学教育」『國立教育研究所研究集録』26 巻，国立教育研究所，pp.53-66

中村幸四郎他訳（1972）『ユークリッド原論』共立出版

野口宏（1972）『幾何の世界―空間への挑戦と日本の数学者』日本評論社

ハウスン，G．他（1987：島田茂・澤田利夫監訳）『算数・数学科のカリキュラム開発』共立出版

Geoffrey Howson（1991）“*National Curricula in Mathematics*”　The mathematical Association（U.K.）

平林一栄（1982）「一般陶冶としての数学教育」，日本数学教育学会『第 16 回数学教育論文発表会』

藤澤利喜太郎（1900）『数学教授法講義筆記』大日本図書。

村田翔吾（2018）「四角形の包摂関係の拡張過程に関する一考察　―対象言語とメタ言語に着目して―」『日本数学教育学会誌』第 100 巻第 3 号，pp.3-10

文部科学省生涯学習政策局調査企画課（2010）『諸外国の教育改革の動向』ぎょうせい。

山本信也（1997）「トロイトラインの『幾何学的直観教授』研究―『新図形の構成』の内容と

意図―」『第 30 回数学教育論文発表会論文集』日本数学教育学会

山ノ口寿幸（2008）「台湾『国民中小学九年一貫課程』の策定と七大学習領域の誕生－カリキュラムスタンダードからカリキュラムガイドラインへ－『国立教育政策研究所紀要』　第 137 集, 261-270, 2008-03 国立教育政策研究所

吉田　多美子（2005）「イギリスの教育改革の変遷―ナショナルカリキュラムを中心に―」国立国会図書館調査立法考査局（編）『レファレンス』平成 17 年 11 月号

吉永契一郎（2018）『高等教育のグローバル化と STEM 教育改革』広島大学高等教育研究開発センター

理数教科書に関する国際比較調査委員会算数・数学部会 編（2012）『初等中等学校の算数・数学教科書に関する国際比較調査 収集教科書目次一覧』教科書研究センター［教科書図書館分類番号：H ｜ 5.9b ｜ 71-2］

（しょうだ りょう・教授）